

Gazdaságmatematika II. - 7. gyakorlat

dr. Földvári Attila

A feladatok Házy Attila: Gazdaságmatematika 2 Példatár a második zárthelyi dolgozathoz című feladatsorából származnak.

1. Adott az alábbi konvex poliéder. Határozza meg a poliéder összes extrémális pontját és extrémális irányát! Írja fel a poliéder zárt alakját!

$$3x_1 - 50x_2 + 8x_3 - 5x_4 = 140$$

$$2x_1 - 40x_2 + 6x_3 + 4x_4 = 100$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Megoldás:

$$\text{extrémális pontok: } P_1 = \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}, P_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 30 \\ 0 \end{pmatrix}, P_3 = \begin{pmatrix} \frac{530}{11} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{10}{11} \end{pmatrix}$$

$$\text{extrémális irányok: } d_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{31}{10} \\ 20 \\ 1 \end{pmatrix}, d_2 = \begin{pmatrix} \frac{200}{11} \\ 1 \\ 0 \\ \frac{10}{11} \end{pmatrix}$$

A konvex poliéder zárt alakja:

$$\lambda_1 \cdot P_1 + \lambda_2 \cdot P_2 + \lambda_3 \cdot P_3 + \mu_1 \cdot d_1 + \mu_2 \cdot d_2$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu_1, \mu_2 \geq 0$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$$

2. Adott az alábbi konvex poliéder. Határozza meg a poliéder összes extrémális pontját és extrémális irányát! Írja fel a poliéder zárt alakját!

$$x_1 - 2x_2 \leq 2$$

$$x_1 - x_2 \geq -2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Megoldás:

$$\text{extrémális pontok: } P_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, P_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, P_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{extrémális irány: } d_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

A konvex poliéder zárt alakja:

$$\lambda_1 \cdot P_1 + \lambda_2 \cdot P_2 + \lambda_3 \cdot P_3 + \mu_1 \cdot d_1$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu_1 \geq 0$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$$

3. Adott az alábbi konvex poliéder. Határozza meg a poliéder összes extrémális pontját és extrémális irányát! Írja fel a poliéder zárt alakját!

$$6x_1 - 2x_2 \leq 12$$

$$4x_1 - 2x_2 \geq -8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Megoldás:

$$\text{extrémális pontok: } P_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, P_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}, P_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, P_4 = \begin{pmatrix} 10 \\ 24 \end{pmatrix}$$

nincs extrémális irány

A konvex poliéder zárt alakja:

$$\lambda_1 \cdot P_1 + \lambda_2 \cdot P_2 + \lambda_3 \cdot P_3 + \lambda_4 \cdot P_4$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 1$$